

Niveaux Scolaires H13 à H15 (VERSION FRANÇAISE)

Jeudi 16 mars 2023

Durée : 75 minutes

1. Il y a une seule bonne réponse par question.
2. Chaque participant reçoit 30 points au départ. Si la réponse est correcte, les 3, 4 ou 5 points seront ajoutés. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. En cas de réponse incorrecte, un quart des points prévus est soustrait, soit 0,75 point, 1 point ou 1,25 points. Le score le plus élevé est 150 points, le plus bas est 0 point.
3. L'utilisation d'une calculatrice ou d'autres appareils électroniques n'est pas autorisée.

problèmes à 3 points

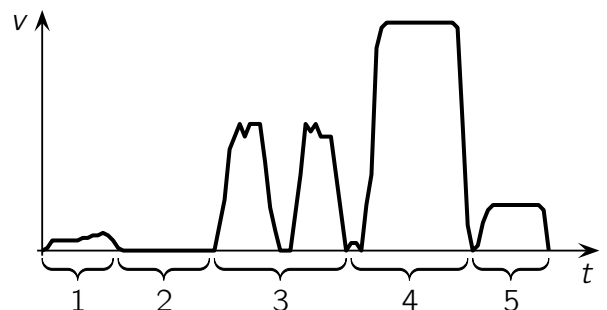
1. $\frac{77^2}{55 \times 22} =$

- (A) $\frac{49}{10}$ (B) $\frac{21}{2}$ (C) $\frac{7}{52}$ (D) $\frac{77}{16}$ (E) $\frac{14}{5}$

2. Amélie lance cinq dés de jeu normaux, dont les faces sont numérotées de 1 à 6 points. Quel est le nombre maximum de faces avec six points qu'elle peut obtenir si elle a 19 points au total ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

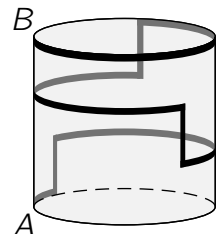
3. Neven utilise son smartphone pour enregistrer son trajet jusqu'à l'école et obtient le diagramme vitesse-temps illustré à droite. Le trajet de Neven est divisé en phases de 1 à 5. Celles-ci sont décrites dans les réponses. Que fait Neven dans la phase 5 ?



- (A) Neven prend le bus. (B) Neven court.
 (C) Neven marche. (D) Neven attend.
 (E) Neven prend le train.

4. Le cylindre illustré à droite mesure 15 cm de haut et le périmètre de sa base est de 30 cm. Le trajet représenté de A à B sur la surface du cylindre est toujours vertical orienté vers le haut ou horizontal (c'est-à-dire parallèle à la surface de base). Quelle est la longueur de ce trajet ?

- (A) 45 cm (B) 55 cm (C) 60 cm (D) 65 cm (E) 75 cm

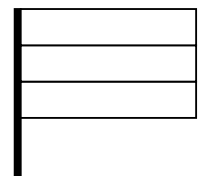


5. Combien de paires d'entiers naturels $(x; y)$ satisfont à l'équation $2x + 3y = 23$?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6. Liane veut colorier les trois bandes du drapeau. Elle a des crayons de trois couleurs différentes. Chaque bande doit être coloriée avec une seule couleur. Les bandes voisines doivent être de couleurs différentes. De combien de possibilités différentes dispose Liane pour faire cela ?

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 16 (E) 18

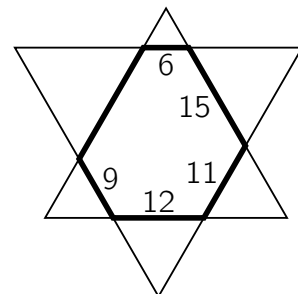


7. Joséphine a gagné le jackpot de 17,1 millions d'euros au loto. Elle n'a pas remporté le jackpot toute seule. L'argent est réparti équitablement entre tous les gagnants. Quel montant pourrait être la part exacte de Joséphine ?

(A) 1,1 million d'euros (B) 1,3 million d'euros (C) 1,5 million d'euros
(D) 1,7 million d'euros (E) 1,9 million d'euros

8. Les deux grands triangles superposés de l'image de droite sont équilatéraux. Les côtés opposés de l'hexagone au centre sont parallèles entre eux. Les longueurs en cm de cinq côtés de l'hexagone sont indiquées. Quelle est la longueur du sixième côté de l'hexagone ?

(A) 16 cm (B) 17 cm (C) 18 cm (D) 19 cm (E) 20 cm



9. Quel est le chiffre des unités du produit $(5^5 + 1) \times (5^6 + 1) \times (5^7 + 1)$?

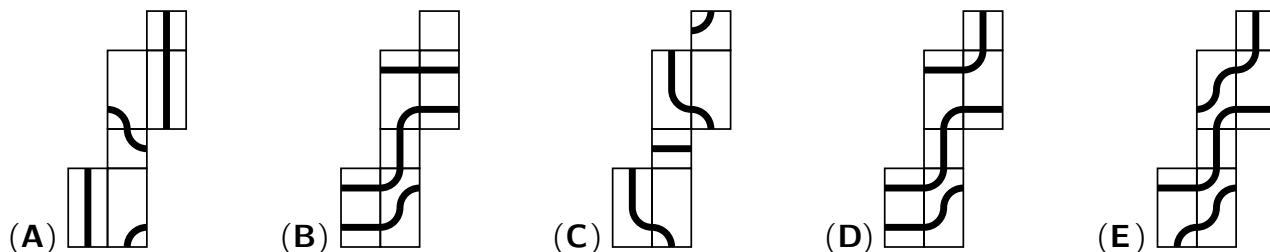
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

10. Pour n un entier positif, on définit $n!$ (« n factorielle ») comme le produit des entiers de 1 à n . Par exemple, $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$. Pour quel nombre entier positif N est-ce que $N! = 6! \times 7!$?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 14

problèmes à 4 points

11. Léonard a dessiné un chemin fermé sur un parallélépipède. À quoi pourrait ressembler le développement de ce parallélépipède rectangle ?

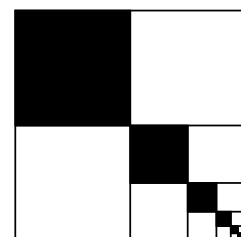


12. Medhi a pris beaucoup de photos dans le parc animalier. Il a imprimé les 22 photos des kangourous et des castors et les a placées les unes à côté des autres, en ligne. À côté de chaque photo, il y a au moins une photo de kangourou. Quel est le plus grand nombre de photos de castors que Medhi peut avoir prises ?

(A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14

13. Un carré de 84 cm^2 d'aire est divisé en quatre carrés et le carré en haut à gauche est colorié en noir. Ensuite, le carré en bas à droite est lui aussi divisé en quatre carrés et celui en haut à gauche est colorié en noir. Ce processus est répété plusieurs fois. Quelle serait l'aire de la surface noire si l'opération était répétée à l'infini ?

(A) 28 cm^2 (B) 31 cm^2 (C) 32 cm^2 (D) 34 cm^2 (E) 37 cm^2

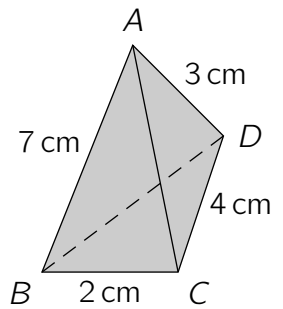


14. Lucy s'entraîne à faire des pompes avec ses deux sœurs. Ensemble, elles ont réussi à faire 95 pompes. La grande sœur de Lucy en a fait 50 % de plus que la petite sœur de Lucy. Et Lucy en a fait 50 % de plus que sa grande sœur. Combien de pompes Lucy a-t-elle réussi à faire ?

(A) 36 (B) 39 (C) 42 (D) 45 (E) 48

15. Les six arêtes de la pyramide à trois faces de l'image ont une longueur en cm qui est un nombre entier. Quatre de ces longueurs sont indiquées. Quelle est la longueur de l'arête $[AC]$?

(A) 3 cm (B) 4 cm (C) 5 cm (D) 6 cm (E) 7 cm

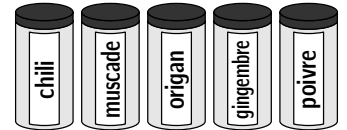


16. Les cinq nombres réels a_1, a_2, a_3, a_4 et a_5 ont pour somme S . Nous avons $a_k = k + S$ pour $k = 1, 2, 3, 4$ et 5 . Quelle est la valeur de S ?

(A) $-\frac{15}{4}$ (B) $\frac{14}{5}$ (C) $-\frac{13}{6}$ (D) $\frac{11}{2}$ (E) $-\frac{10}{3}$

17. Avant de cuisiner, Pascal place ses épices sur l'étagère, comme indiqué. Pascal cuisine un chili sin carne et remet ensuite toutes les épices au hasard. À la fin, une épice se trouve 4 positions plus à gauche et une autre 3 positions plus à droite qu'au début. À la fin, l'origan est également plus à gauche que le gingembre. Seule une épice se retrouve exactement à la place qu'elle occupait au début. Laquelle ?

(A) chili (B) muscade (C) origan (D) gingembre (E) poivre

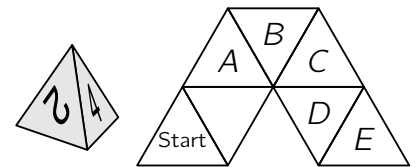


18. Lequel des nombres suivants a la même valeur que le nombre $2^{(2^{20})}$?

(A) $(2^{18})^{(2^{18})}$ (B) $(2^{16})^{(2^{16})}$ (C) $(2^{12})^{(2^{12})}$ (D) $(2^{10})^{(2^{10})}$ (E) $(2^8)^{(2^8)}$

19. Les faces d'un tétraèdre sont numérotées avec les chiffres de 1 à 4. Le tétraèdre est placé avec le 1 sur la case Start, qui est représentée à droite. Ensuite, on le déplace de case en case en le faisant pivoter à chaque fois autour d'une arête. Sur quelle case le tétraèdre se trouve-t-il pour la première fois avec le 1 ?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



20. Dans les sept cases, il s'agit d'inscrire les chiffres de 1 à 7 de telle sorte que la somme des chiffres dans trois cases adjacentes soit toujours un multiple de 3. Le 2 et le 6 ont déjà été inscrits. Combien de possibilités différentes existe-t-il maintenant pour inscrire les cinq autres chiffres ?

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 12



problèmes à 5 points

21. Les nombres de 1 à 999 sont disposés dans l'ordre croissant en suivant une forme de spirale (voir illustration). Comment les nombres 225, 226 et 227 sont-ils disposés dans cette spirale ?

(A)

226	227
225	

 (B)

227
226
225

 (C)

227	
226	225

 (D)

225
226
227

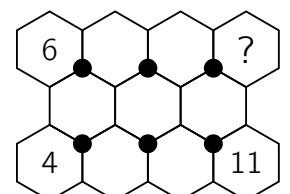
 (E)

225	226	227
-----	-----	-----

:	10	11	12	13
24	9	2	3	14
23	8	1	4	15
22	7	6	5	16
21	20	19	18	17

22. Dans les hexagones, les nombres de 1 à 11 doivent être écrits de cette manière : la somme des trois nombres autour d'un point noir doit être la même pour les six points. Trois nombres ont déjà été inscrits. Quel nombre doit être écrit dans l'hexagone contenant le point d'interrogation ?

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

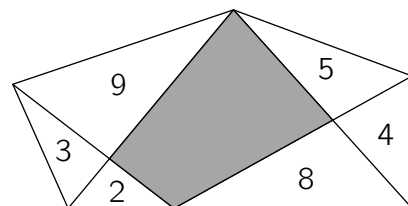


23. Par le point $S(x_0; y_0)$ passent les graphes de toutes les fonctions f_a avec $f_a(x) = x^3 + 4x^2 + ax + 3a + 4$, quelle que soit la valeur utilisée pour le paramètre a . Quelle est la valeur de y_0 ?

(A) 4 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

24. Le grand pentagone de l'image a été décomposé en sept parties. Les chiffres dans les triangles indiquent leur aire en cm^2 . Quelle est l'aire du quadrilatère gris ?

(A) 15 cm^2 (B) 16 cm^2 (C) 17 cm^2 (D) 18 cm^2 (E) 19 cm^2



25. Larissa a écrit un petit programme. On peut écrire un nombre dans un champ et cliquer ensuite sur un bouton autant de fois que l'on veut. Chaque fois que l'on clique, on ajoute au nombre sa partie après la virgule. Par exemple, 1,4365 devient $1,4365 + 0,4365 = 1,873$ en cliquant une fois, et $1,873 + 0,873 = 2,746$ en cliquant une deuxième fois. Oliver fait un essai. Il écrit un nombre dans la case et clique 3 fois sur le bouton. La case contient alors le nombre 10. Combien de possibilités différentes y a-t-il pour le nombre qu'Oliver a écrit dans la case au départ ?

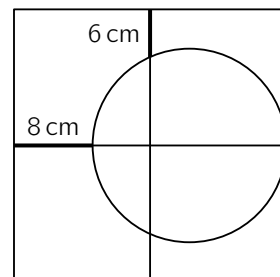
(A) 3 (B) 6 (C) 8 (D) 12 (E) 16

26. Lors d'une compétition d'escalade, 13 grimpeuses s'affrontent dans trois catégories. Le score final de chaque participante est le produit de son classement dans les trois catégories. Par exemple, si une grimpeuse se classe 4^e, 3^e et 6^e, son score final est de $4 \times 3 \times 6 = 72$. Plus le score final est faible, meilleur est le classement final. Hannah se classe première dans deux des catégories. Quel est le plus mauvais classement final que Hannah puisse obtenir, s'il n'y a deux grimpeuses à égalité dans aucune des trois catégories ?

(A) 2^e place (B) 3^e place (C) 4^e place (D) 5^e place (E) 6^e place

27. Un grand carré est divisé en quatre carrés plus petits. Un cercle à l'intérieur du carré est tangent au centre du côté droit du grand carré. Quelle est la longueur des côtés du grand carré ? (*figure non à l'échelle*)

(A) 18 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28 cm (E) 30 cm



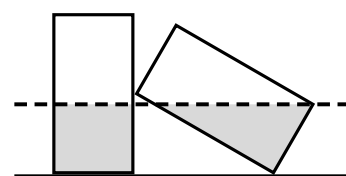
28. Les deux fonctions f et g vérifient pour tous les nombres réels x les équations $f(x) + 2g(1 - x) = x^2$ et $f(1 - x) - g(x) = x^2$. Alors $f(x) =$

(A) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ (B) $3x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{3}$ (C) $2x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$ (E) $-\frac{4}{3}x - \frac{3}{2}$

29. Le nombre de 12 chiffres $ABBCDDCDDABB$ est le produit de 6 nombres naturels consécutifs. Les chiffres A , B , C et D sont consécutifs, mais pas nécessairement dans cet ordre. Quel est le chiffre D ?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

30. Deux verres identiques de forme cylindrique contiennent la même quantité d'eau. L'aire de la base de chacun des verres est $12\pi \text{ cm}^2$. Le verre de droite est incliné au maximum tant que son fond est entièrement recouvert d'eau (*cf. fig.*). L'eau se trouve à la même hauteur dans les deux verres. Quelle est la quantité d'eau contenue dans un verre ?



(A) $54\pi \text{ cm}^3$ (B) $60\pi \text{ cm}^3$ (C) $72\pi \text{ cm}^3$ (D) $81\pi \text{ cm}^3$ (E) $96\pi \text{ cm}^3$