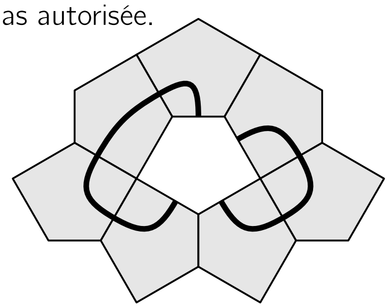
Niveaux Scolaires H13 à H15 (Version française)

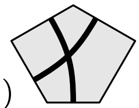
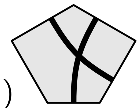
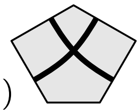
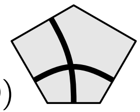
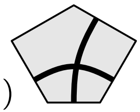
Jeudi 21 mars 2024 Durée : 75 minutes

1. Il y a une seule bonne réponse par question.
2. Chaque participant reçoit 30 points au départ. Si la réponse est correcte, les 3, 4 ou 5 points sont ajoutés. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. En cas de réponse incorrecte, un quart des points prévus est soustrait, soit 0,75 point, 1 point ou 1,25 points. Le score le plus élevé est 150 points, le plus bas est 0 point.
3. L'utilisation d'une calculatrice ou d'autres appareils électroniques n'est pas autorisée.

Problèmes à 3 points

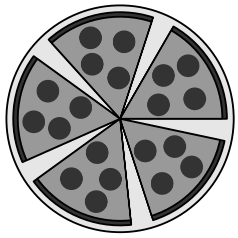


1. Laquelle des pièces suivantes s'insère au milieu du puzzle de manière à former une ligne fermée qui se croise ?

(**A**)  (**B**)  (**C**)  (**D**)  (**E**) 

2. Lequel des nombres suivants est plus petit de 2 qu'un multiple de 10, plus grand de 2 qu'un nombre carré, et deux fois plus grand qu'un nombre premier ?

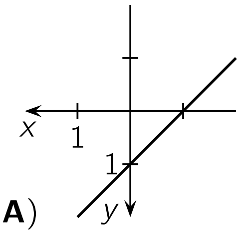
(**A**) 52 (**B**) 78 (**C**) 6 (**D**) 38 (**E**) 18

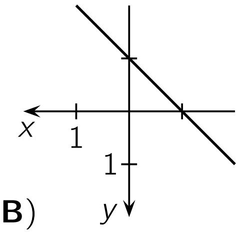


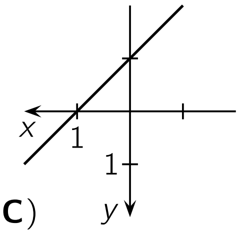
3. Mattis a découpé une pizza en six morceaux de taille égale. Après avoir mangé un morceau, il dispose les autres morceaux de manière à ce que les espaces entre les morceaux adjacents soient tous de la même taille. Que vaut l'angle formé par deux morceaux voisins ?

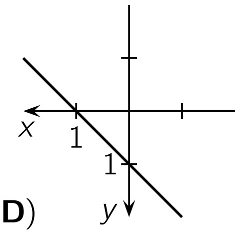
(**A**) $5°$ (**B**) $8°$ (**C**) $9°$ (**D**) $10°$ (**E**) $12°$

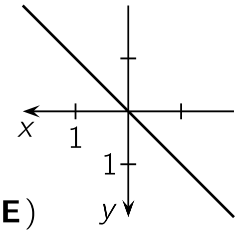
4. Patricia a dessiné un système de coordonnées inhabituel. L'axe x est orienté vers la gauche et l'axe y vers le bas. Comment se présente le graphique de la fonction f où $y = f(x) = x + 1$ dans ce système de coordonnées ?

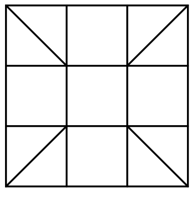
(**A**) 

(**B**) 

(**C**) 

(**D**) 

(**E**) 



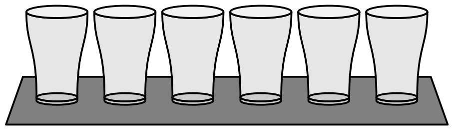
5. Annika veut colorier toutes les cases triangulaires et carrées de l'illustration. Les cases qui sont adjacentes en au moins un point doivent être de couleurs différentes. Quel est le plus petit nombre de couleurs dont Annika a besoin ?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 7

6. Kaito a manipulé un dé cubique. La probabilité d'obtenir un 2, 3, 4 ou 5 est encore de $\frac{1}{6}$ à chaque fois. Mais la probabilité d'obtenir un 6 est maintenant deux fois plus grande que celle d'obtenir un 1. Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 ?

(**A**) $\frac{1}{4}$ (**B**) $\frac{7}{36}$ (**C**) $\frac{1}{5}$ (**D**) $\frac{5}{18}$ (**E**) $\frac{2}{9}$

7. Eren pose 6 verres sur la table, comme indiqué. Il choisit exactement 4 de ces verres et, en un seul coup, les retourne tous. Quel est le plus petit nombre de tels coups dont Eren a besoin pour que les 6 verres soient finalement à l'envers sur la table ?



(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 6

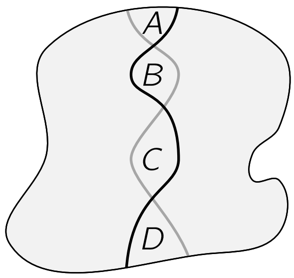
8. $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15} =$

(**A**) 4^{19} (**B**) 4^{23} (**C**) 4^{31} (**D**) 4^{46} (**E**) 4^{60}

9. Nora, Michelle et Pauline sont des triplées. Leur enseignante veut savoir : « Qui est l'aînée parmi vous ? » Nora répond : « Je ne suis pas l'aînée. » Michelle répond : « Je suis la plus âgée. » Pauline répond : « Je ne suis pas la plus jeune. » Les trois filles se sont amusées et seule l'une d'entre elles a dit la vérité. Dans quel ordre les trois filles sont-elles nées ?

(**A**) Nora, Michelle, Pauline (**B**) Michelle, Nora, Pauline (**C**) Pauline, Nora, Michelle
(**D**) Pauline, Michelle, Nora (**E**) Nora, Pauline, Michelle

10. La ligne noire et la ligne grise divisent chacune la surface représentée en deux parties égales. A, B, C et D sont les aires des quatre zones centrales. Quelle affirmation est assurément correcte ?



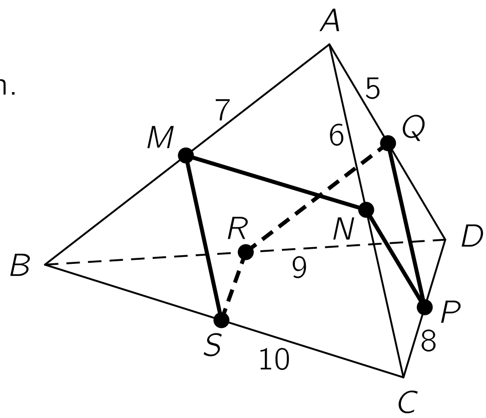
(**A**) $A + D = B + C$ (**B**) $A = D$ (**C**) $C = A + B + D$
(**D**) $A + C = B + D$ (**E**) $A + B = C + D$

Problèmes à 4 points

11. Pierre a beaucoup de cubes noirs et blancs de la même taille. Il veut assembler 27 de ces cubes pour former un plus grand cube $3 \times 3 \times 3$. Exactement la moitié de la surface de ce cube doit être noire. Quel est le plus petit nombre de cubes noirs que Pierre doit utiliser pour cela ?

(**A**) 9 (**B**) 10 (**C**) 11 (**D**) 12 (**E**) 13

12. La pyramide $ABCD$ a des longueurs d'arête de $AD = 5\,\text{cm}$, $AC = 6\,\text{cm}$, $AB = 7\,\text{cm}$, $CD = 8\,\text{cm}$, $BD = 9\,\text{cm}$ et $BC = 10\,\text{cm}$. Les points M, N, P, Q, R et S sont les centres des arêtes. Quelle est la longueur de la ligne dessinée $MNPQRSM$?



(**A**) 19 cm (**B**) 20 cm (**C**) 21 cm (**D**) 22 cm (**E**) 23 cm

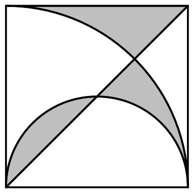
13. On donne un entier naturel n. Une seule des propositions suivantes concernant n est vraie, et les quatre autres sont fausses. Quelle est la proposition vraie ?

(**A**) n est divisible par 3 (**B**) n est divisible par 6
(**C**) n est un nombre premier (**D**) $n = 2$ (**E**) n est impair

14. Seyma a écrit plusieurs fois chacun des nombres 6 et 15, puis a calculé leur produit. L'une des multiplications suivantes donne également le résultat obtenu par Seyma. Lequel ?

(**A**) $2^8 \cdot 3^8 \cdot 5^8$ (**B**) $2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{10}$ (**C**) $2^6 \cdot 3^{10} \cdot 5^8$ (**D**) $2^7 \cdot 3^{12} \cdot 5^5$ (**E**) $2^5 \cdot 3^{15} \cdot 5^3$

15. Dans un carré de 6 cm de côté, on a dessiné une diagonale, un demi-cercle et un quart de cercle (*voir l'illustration*). Quelle est l'aire de la surface grise ?



(**A**) $12\,\text{cm}^2$ (**B**) $\frac{10}{3}\pi\,\text{cm}^2$ (**C**) $3\pi\,\text{cm}^2$ (**D**) $9\,\text{cm}^2$ (**E**) $(6\pi - 9)\,\text{cm}^2$

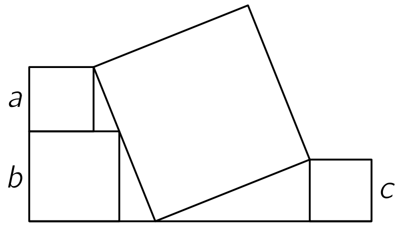
16. Soient p et q des nombres positifs avec $p < q$. Parmi les fractions suivantes, laquelle a la plus grande valeur ?

(**A**) $\frac{p+3q}{4}$ (**B**) $\frac{p+2q}{3}$ (**C**) $\frac{p+q}{2}$ (**D**) $\frac{2p+q}{3}$ (**E**) $\frac{3p+q}{4}$

17. Zuzanna a ramassé des cèpes et souhaite les faire sécher au four à basse température. Les cèpes frais sont composés de 90 % d'eau. Après un certain temps au four, l'eau ne représente plus que 20 % de la masse. De quel pourcentage la masse des cèpes a-t-elle diminué ?

(**A**) de 72,5 % (**B**) de 75 % (**C**) de 85 % (**D**) de 87,5 % (**E**) de 90 %

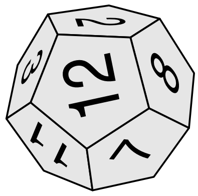
18. Quatre carrés sont représentés à droite. Les longueurs des côtés des trois petits carrés sont a, b et c. Quelle est la longueur du côté du grand carré ?



(**A**) $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$ (**B**) $\frac{1}{2}(a+b+c)$ (**C**) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

(**D**) $\sqrt{ab+bc+ac}$ (**E**) $\sqrt{(b-a)^2+c^2}$

19. Henriette a plusieurs dés de jeu à 12 faces. Les faces latérales sont numérotées de 1 à 12. Si Henriette lance tous ses dés en même temps, la probabilité qu'exactement un des dés montre un 12 est aussi grande que la probabilité qu'aucun des dés ne montre de 12. Combien de dés de jeu à 12 faces Henriette possède-t-elle ?



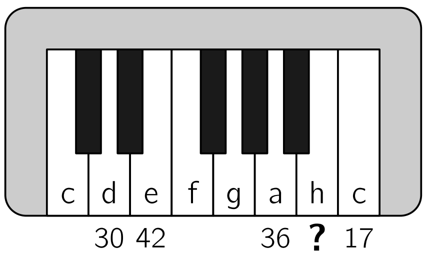
(**A**) 5 (**B**) 8 (**C**) 11 (**D**) 18 (**E**) 23

20. J'écris un nombre positif à quatre chiffres $N = pqrs$, non nul. Si je place une virgule décimale entre le q et le r, j'obtiens que le nombre pq,rs est la moyenne des deux nombres à deux chiffres pq et rs. Que vaut la somme des chiffres constituant N.

(**A**) 14 (**B**) 18 (**C**) 21 (**D**) 25 (**E**) 27

Problèmes à 5 points

21. Joseph a offert un piano pour enfants à sa nièce pour son deuxième anniversaire. Elle l'essaie tout de suite et frappe les touches encore et encore avec toute sa main. Elle appuie toujours sur 4 touches blanches voisines à la fois. Elle appuie en tout 30 fois sur le d, 42 fois sur le e, 36 fois sur le a et 17 fois sur le c aigu. Combien de fois a-t-elle appuyé sur le h ?



(**A**) 19 fois (**B**) 24 fois (**C**) 27 fois (**D**) 32 fois (**E**) 35 fois

22. Soit a, b et c trois nombres entiers différents et non nuls. Si, pour le nombre réel x, $ax^2 + bx + c = 0$ et $bx^2 + ax + c = 0$, laquelle des affirmations suivantes est assurément vraie ?

(**A**) $a+b+c=0$ (**B**) $2bc = a^2$ (**C**) $ac = b$ (**D**) $a^2 - b^2 = c^2$ (**E**) $ab = c$

23. Deux bougies de même hauteur ont une épaisseur différente. Elles sont allumées en même temps et se consument de manière uniforme. L'une des bougies se consume entièrement en 5 heures exactement et l'autre en 4 heures. Combien de temps les deux bougies doivent-elles brûler pour qu'une bougie soit 3 fois plus haute que l'autre ?

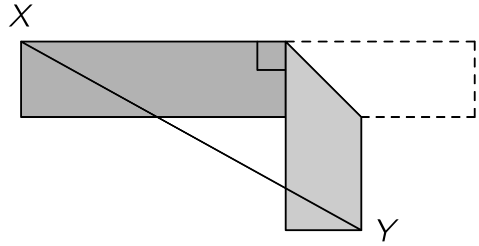
(**A**) $\frac{40}{11}$ heures (**B**) $\frac{45}{12}$ heures (**C**) $\frac{63}{20}$ heures (**D**) $\frac{54}{17}$ heures (**E**) $\frac{47}{14}$ heures

24. Tristan a six cartes avec un nombre au recto et un autre au verso. Les paires de nombres sur les six cartes sont $(5, 12)$, $(3, 11)$, $(0, 16)$, $(7, 8)$, $(4, 14)$ et $(9, 10)$. Tristan place ces six cartes sur les cases libres représentées. Quel est le plus petit résultat possible du calcul ?

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

(**A**) -28 (**B**) -27 (**C**) -26 (**D**) -25 (**E**) -24

25. Une bande de papier rectangulaire mesure 12 cm de long et 2 cm de large. L'extrémité droite est pliée de manière à ce qu'elle soit orientée verticalement vers le bas. Quelle est la plus petite distance à laquelle peuvent être les sommets X et Y après pliage ?



(**A**) $6\sqrt{2}$ cm (**B**) $7\sqrt{2}$ cm (**C**) 10 cm
(**D**) 8 cm (**E**) $(6 + \sqrt{2})$ cm

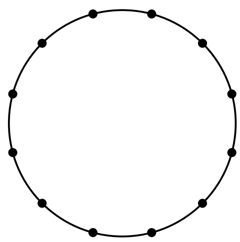
26. Le nombre à quatre chiffres $abcd$ a la propriété $abcd = a^a + b^b + c^c + d^d$. Quel est le chiffre a ?

(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

27. La fonction polynomiale p avec $p(x) = ax^2 + bx + c$ vérifie l'équation $p(x+1) = x^2 - x + 2 \cdot p(6)$ pour tous les nombres réels x. Alors $a + b + c =$

(**A**) -40 (**B**) -36 (**C**) -6 (**D**) 12 (**E**) 40

28. Sur un cercle, on a dessiné 12 points qui divisent le cercle en 12 arcs de même longueur. Combien y a-t-il de triangles dont les sommets sont 3 des points donnés et qui ont au moins un angle intérieur qui mesure 45° ?



(**A**) 48 (**B**) 60 (**C**) 72 (**D**) 84 (**E**) 96

29. Pour les nombres réels x, y, et z, on a $2^x = 3$, $2^y = 7$ et $6^z = 7$. Comment écrire z à l'aide de x et y ?

(**A**) $z = \frac{x}{y} + 1$ (**B**) $z = \frac{y}{x} - 1$ (**C**) $z = \frac{x}{y-1}$ (**D**) $z = y - \frac{1}{x}$ (**E**) $z = \frac{y}{1+x}$

30. Emily et Daniel jouent à un jeu. Sur une feuille de papier, ils écrivent les nombres naturels de 1 à 7. À tour de rôle, ils choisissent un nombre encore disponible et le barrent, ainsi que tous ses diviseurs. Celui qui barre le dernier chiffre gagne. Emily commence, mais Daniel exploite toutes les possibilités pour gagner lui-même à la fin. Quel chiffre Emily doit-elle choisir au premier tour pour pouvoir gagner la partie ?

(**A**) 5 ou 7 (**B**) 4 (**C**) 3 (**D**) 2 (**E**) 1